



கிழக்குப் பல்கலைக்கழகம், இலங்கை

இரண்டாம் வருட முதலாம் அறையாண்டு சிறப்புக் கலைமாணித் தேர்வு 2016 / 2017
(பங்குனி / சித்திரை, 2019)

ECS 2133 – MATHEMATICAL METHODS FOR ECONOMICS

எவ்வேலும் ஐந்து வினாக்களுக்கு மட்டும் விடை எழுதுக
கணிப்பொறி பயன்படுத்த முடியும்

நேரம் : 03 மணித்தியாலங்கள்

1. (a) $3y = 21x + 15$ எனும் நேர் கோட்டிற்குச் சமாந்தரமாகவும் $(1,12)$ எனும் புள்ளிக்கூடாகவும் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

மேலும், $3y = 21x + 15$ க்கு செங்குத்தாகவும் $(-1,1)$ எனும் புள்ளிக்கூடாகவும் செல்லும் நேர் கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

- (b) வழிமையான ரூறிபிடிடின் அடிப்படையில் பின்வரும் வருமானக் கணிப்பிட்டுச் சார்பின் வருமானச் சமன்பீல மட்டத்தினையும் வருமான பெருக்கியையும் காண்க

$$Y = C + I + G, C = C_0 + bY, I = I_0, G = G_0, \text{ இது } C_0 = 135, b = 0.8, I_0 = 75, G_0 = 30$$

- (c) ஒரு பொருளின் கேள்வி மற்றும் நிரம்பல் சார்புகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன:

$$Q_d : p + q^2 + 3q - 20 = 0, Q_s : p - 3q^2 + 10q = 5,$$

இங்கு p, q என்பன முறையே பொருளின் விலையும், எண்ணிக்கையையும் ஆகும். சந்தைச் சமன்பீலயில் அப்பொருளின் விலையையும், எண்ணிக்கையையும் காண்க.

2. (a) $y = x^2$ முடிக்கூடியின் $x \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 2x = 0$ என நிறுவுக.

(b) $y = \frac{t^2}{1-t}$, $x = \frac{t}{1-t}$ எனின் $\frac{dy}{dx}$ காண்க.

(c) $y = x^3 + 2x^2 - 4x + 3$ எனும் சார்பின் திரும்பற்புள்ளிகளைக் கண்டு அவற்றின் வகை ஆராய்க.

3. (a) பின்வருவனவற்றின் பேறுமானம் காண்க.

i. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 7x}{4x^2 + 21}$

ii. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^2 - 2}{x - \sqrt{2}}$

(b) பின்வரும் சார்புகளை x குறித்து வகையிடுக

i. $y = e^{3x} + 2$

ii. $y = \frac{(8x-5)^3}{7x+4}$

(c) நிறுவனம் ஒன்றின் வருமானச் சார்பு $15q - 2q^2$ எனவும், செலவுச் சார்பு $q(q^2 - 5)$ எனும் தரப்பட்டுள்ளது. இங்கு q என்பது உற்பத்தியின் அளவு ஆகும். பின்வருவனவற்றைக் காண்க

i. சராசரிச் செலவுச் சார்பு, சராசரி வருமானச் சார்பு;

ii. எல்லைச் செலவுச் சார்பு, எல்லை வருமானச் சார்பு;

iii. உச்ச இலாபத்தினைத் தரும் உற்பத்தியின் அளவு.

4. (a) P, Q எனும் இரு வகையான உற்பத்தி பொருட்களை விற்பனை செய்யும் ஓருவரின் கூடுதல் சார்பானது பின்வருமாறு தரப்படுகிறது.

$$x = 50 - 0.5p, \quad y = 76 - q,$$

அப்பொருட்களின் செலவுச் சார்பு $3x^2 + 2xy + 2y^2 + 55$ ஆகும். இங்கு x, y என்பன முறையே கால்களின் உற்பத்தி மட்டங்களும் மற்றும் p, q என்பன முறையே P, Q களின் விலைகளும் ஆகும்.

i. உயர் இலாபத்தினைப் பெற்றுக்கொள்வதற்கு ஒவ்வொரு பொருட்களின் உற்பத்தி மட்டங்களையும்;

ii. உயர் இலாபத்தினைப் பெற்றுக்கொள்வதற்கு ஒவ்வொரு பொருட்களின் உற்பத்தி விலையையும்;

iii. உயர் இலாபத்தினையும் காண்க.

- (b) i. $z = 4x^2 - 2xy + 6y^2$ எனும் சார்பின் உத்தமப்பெறுமானத்தை $x + y = 72$ எனும் வரையறைக்கு ஏற்ப இலக்கிறாங்சிப் பெருக்கல் முறையின் மூலம் காண்க.
ii. வரையறையின் மாறிலியில் ஒரலகு மாற்றத்தை ஏற்பட்டுத்தும் போது உத்தமப்பெறுமானத்தில் ஏற்படும் தாக்கத்தினை மதிப்பிடுக.

5. (a) $2x^3 + 5xy + 6y^2 = 87$ எனின் dy/dx ஓ காண்க.

- (b) $25K^{3/5}L^{2/5} = 5400$ எனும் கொப்டக்லஸ் உற்பத்திச் சார்பின்
i. சாப்லினை (dK/dL) காண்க.
ii. $K = 300$, $L = 100$ ஆகும் போது எல்லைத் தொழில் நுட்பம் பிரதியீட்டு விகிதத்தினைக் (MRTS) காண்க.

(c) $5K+3L=75$ எனும் சமன்பாட்டிற்கு ஏற்ப, $q=K^{0.8}L^{0.2}$ எனும் கொப்டக்லஸ் உற்பத்திச் சார்பின் உத்தமப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

6. (a) பின்வருவனவற்றை x குறித்துத் தோகையிடுக.

$$\text{i. } \int \frac{e^{5x}}{e^{5x} + 2} dx \quad \text{ii. } \int \frac{x^3}{\sqrt{1 + 2x^4}} dx$$

(b) நிறுவனமொன்றின் எல்லை வருமானச் சார்பு $5900 - 20Q$ எனவும், எல்லைச் செலவுச் சார்பு $6Q^2 - 8Q + 140$ எனவும், நிலையான செலவு 845 ரூபாய் எனவும் கொண்டு பின்வருவனவற்றைக் காண்க, இங்கு Q என்பது உற்பத்திகளின் எண்ணிக்கை ஆகும்.

- i. மொத்த இலாபச் சார்பு;
ii. 50 அலகுகள் உற்பத்தி செய்யப்பட்டு விற்பனை செய்யப்பட்டால் கிடைக்கக்கூடிய இலாபம்.

(c) பொருளொன்றின் கேள்வி, நிரம்பல் சார்புகள் பின்வருமாறு தரப்படுகின்றன:

$$D : P = 300 - 6q - q^2, \quad S : p = q^2 + 4q;$$

இங்கு p , q என்பன முறையே அலகொன்றின் விலையும், அலகுகளின் எண்ணிக்கையும் ஆகும்.

- i. சந்தைச் சமன்லையில் விலையையும் அலகுகளின் எண்ணிக்கையையும் காண்க;
ii. நுகர்வோர் மிகை, உற்பத்தியாளர் மிகை என்பவற்றைக் காண்க.

7.(a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ ஆயின் $A+B-3I$ ஜ காண்க. இங்கு I என்பது 3x3

வரிசையுடைய அலகுத்தாயமாகும்.

(b) சண்லைட், வகுப்பு எனும் இரு வகைப்பான விற்பனைப் பொருட்களின் சமனிலை நிபந்தனைகள் பின்வருமாறு தரப்படுகின்றன:

$$4P_S + 3P_L = 28, \quad 2P_S + 5P_L = 42,$$

இங்கு P_S, P_L என்பன முறையே சண்லைட், வகுப்பு ஆகியவற்றின் விலைகள் ஆகும். இதனை தூ வழிவில் எழுதி நேர்மாற்றுத் தாயத்தை காண்பதன் மூலம் P_S, P_L என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(c) ஒரு நிறுவனமானது இரு வகைப்பான பொருட்களை உற்பத்தி செய்கின்றது. அவ்விரு பொருட்களுக்குமான அலகோன்றின் விலைகள் மற்றும் மொத்தச் செலவு என்பன கீழே தரப்பட்டுள்ளன:

$$p_1 = 130 - 4q_1 - q_2, \quad p_2 = 160 - 2q_1 - 5q_2; \quad TC = 2q_1^2 - 2q_1q_2 + 4q_2^2$$

இங்கு p_1, p_2 என்பன அவ்விரு பொருட்களுக்குமான அலகோன்றின் விலைகளும்; q_1, q_2 என்பன அவ்விரு பொருட்களின் எண்ணிக்கைகளும் ஆகும். கிராமரின் விதியைப்பயன்படுத்தி இலாபத்தை உயர்வடையச் செய்யக்கூடிய உற்பத்தி மட்டங்களைக் காண்க.