

கிழக்குப் பல்கலைக்கழகம், இலங்கை

இரண்டாம் வருட முதலாம் அரையாண்டு சிறப்புக் கலைமாணித் தேர்வு
2012/2013 (பங்குனி/வைகாசி, 2016)

ECS 2133 – MATHEMATICAL METHODS FOR ECONOMICS

எவையேனும் நான்கு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடை எழுதுக

கணிப்பொறி பயன்படுத்த முடியும்

நேரம் : 03 மணித்தியாலங்கள்

1. a) (i) மட, $\sqrt{7x-4} - \frac{1}{2} = \text{மட}, \sqrt{x+2}$ எனும் சமன்பாட்டில் x இன் பெறுமானம் காண்க.

(ii) காரணிப்படுத்துக: $ab(x^2 - y^2) + xy(b^2 - a^2)$.

(iii) $abc = 1$ எனின் $\left(1 + a + \frac{1}{b}\right)^{-1} + \left(1 + b + \frac{1}{c}\right)^{-1} + \left(1 + c + \frac{1}{a}\right)^{-1} = 1$ எனக் காட்டுக.

b) ஒருவர் ரூபா 25000 ஐ 12% கூட்டுவட்டியில் 4 வருட காலப்பகுதியில் திருப்பிச் செலுத்தத்தக்க வகையில் கடனாகப் பெற்றார். 6 மாதத்திற்கொரு தடவை வட்டி கணிப்பிடப்படுகின்றதெனில் கடனிலிருந்து முழுவதுமாக விடுபட செலுத்த வேண்டிய மொத்தத் தொகை மற்றும் கூட்டுவட்டி ஆகியவற்றைக் காண்க.

c) நிறுவனமொன்று ரூபா 100,000 ஐ அடுத்த ஆண்டிற்கான விற்பனை இலக்காக தீர்மானித்துள்ளது. இவ் விற்பனை மட்டத்தில் மாறும் செலவு ரூபா 60,000 ஆகவும், நிலையான செலவு ரூபா 28,000 ஆகவும் காணப்படும் என நிறுவனம் கருதுகிறது.

(i) இலாப நட்டமற்ற புள்ளியினைக் காண்க.

(ii) விற்பனை மற்றும் செலவுகளுடன் தொடர்புடைய சமன்பாடுகளை எழுதுக.

(iii) விற்பனை ரூபா 125,000 ஐ அடையும் போது இலாபம் எவ்வளவு?

2. a) பின்வரும் சார்புகளை x குறித்து வகையிடுக.

(i) $y = \sqrt{1 - 3x^2}$;

(ii) $y = x^3 \log x$.

b) $y = \frac{t^2}{1-t}$, $x = \frac{t}{1-t}$ எனின் $\frac{dy}{dx}$ ஐ காண்க.

c) $y = \sqrt{x}$ எனும் சார்பின் எப்புள்ளியில் வரையப்படும் தொடலியின் படித்திறன் 2 ஆகும்.

d) பொருளொன்றிற்கான மொத்தக் கிரயம், $C = \frac{1}{3}x^3 - 7x^2 + 113x + 50$ எனும் சார்பினாலும், கேள்வித் தொழிற்பாடு $x = 100 - p$ எனும் சார்பினாலும் தரப்படுகிறது, இங்கு x அலகுகளின் எண்ணிக்கை எனவும், p பொருளின் விலை எனவும் கொள்க.

(i) மொத்த வருமானத் தொழிற்பாட்டினைக் காண்க.

(ii) இலாபத் தொழிற்பாட்டினைக் காண்க.

(iii) சாத்தியப்பாடான உச்ச இலாபத்தினையும், உச்ச இலாபத்திற்கான உற்பத்தி மட்டத்தினையும் காண்க.

(iv) உச்ச இலாபத்தில் பொருளின் விலையினைக் காண்க.

3. a) இரு வெவ்வேறான உற்பத்திப் பொருட்களின் கேள்விச் சார்புகள்

$$x = 14 - 0.25p,$$

$$y = 24 - 0.5q$$

ஆகவும், மொத்த செலவு, $TC = x^2 + 5xy + y^2$ ஆகவும் உள்ளது. இங்கு x, y உற்பத்திப் பொருட்களின் எண்ணிக்கைகளும் p, q உற்பத்திப் பொருட்களின் விலைகளும் ஆகும்.

(i) உச்ச இலாபத்தின், போது இரு உற்பத்திப் பொருட்களுக்கும்ான உற்பத்திமட்டங்களையும், பொருட்களின் விலைகளையும் காண்க.

(ii) உச்ச இலாபம் யாது?

b) X, Y எனும் இரு பொருட்களை நுகரும் போது பெறப்படும் மொத்தப்பயன், $TU = X^{1/4}Y^{1/4}$ எனும் சார்பினால் தரப்பட்டுள்ளது. X இன் விலை ரூபா 2 ஆகவும் Y இன் விலை ரூபா 6 ஆகவும் நுகர்வோரின் வருமானம் ரூபா 360 ஆகவும் உள்ளது. நுகர்வோரின் சமநிலைக்கு நுகர்வேண்டிய X, Y இன் எண்ணிக்கைகளைக் காண்க.

4. a) வழமையான குறியீட்டின் அடிப்படையில், பின்வரும் வருமான நிர்ணயிப்புச் சார்பின் வருமானச் சமனிலை மட்டத்தினையும், வருமானப் பெருக்கியையும் காண்க.

$$Y = C + I,$$

$$\text{இங்கு } C = C_0 + bY, \quad I = I_0 + aY.$$

- b) A, B எனும் இரு பொருட்களின் கேள்வி, நிரம்பல் சார்புகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

$$\text{பொருள் A : } Q_{dA} = 410 - 5P_A - 2P_B; \quad Q_{SA} = -60 + 3P_A.$$

$$\text{பொருள் B : } Q_{dB} = 295 - P_A - 3P_B; \quad Q_{SB} = -120 + 2P_B.$$

இங்கு P_A, P_B முறையே A, B இன் விலைகள் ஆகும். சமனிலை விலையையும், தொகையையும் காண்க

- c) பொருள் ஒன்றிற்கான கேள்விச் சார்பானது $p = 8.25 e^{-0.02q}$ இனால் தரப்பட்டின், அப்பொருளின் விற்பதனால் கிடைக்கும் வருமானத்தை உச்சப்படுத்துவதற்கு விற்க வேண்டிய பொருட்களின் எண்ணிக்கையையும், விற்பனை விலையையும் காண்க. இங்கு p, q முறையே பொருளின் விலையும், எண்ணிக்கையும் ஆகும்.

5. a) பின்வருவனவற்றை x குறித்து தொகையிடுக.

$$(i) \int (2x + 6)\sqrt{x^2 + 6x + 1} dx$$

$$(ii) \int \frac{\ln x}{x\sqrt{(\ln x)^2 + 2}} dx$$

- b) உற்பத்தி செய்யப்பட்டு விற்பனை செய்யப்பட்ட பொருளொன்றின் எல்லை இலாபச்சார்பு $1800 - 8x$ ஆகும், இங்கு x என்பது உற்பத்தி செய்யப்பட்டு விற்பனை செய்யப்பட்ட பொருட்களின் எண்ணிக்கை ஆகும். உற்பத்தி இல்லையெனில் ரூபா 1200 நட்டம் ஏற்படக்கூடியதாகவுள்ளது.

(i) மொத்த இலாபத் தொழிற்பாட்டினைத் தீர்மானிக்குக.

(ii) 200 அலகுகள் உற்பத்தி செய்யப்பட்டு விற்பனை செய்யப்பட்டால் கிடைக்கக்கூடிய இலாபத்தினைக் காண்க.

c) குறிப்பிட்ட பொருளொன்றின் கேள்வி, நிரம்பல் தொழிற்பாடுகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

$$\text{கேள்வி : } p = 106 - 18x - x^2,$$

$$\text{நிரம்பல் : } p = x^2 + 2.$$

இங்கு x என்பது கேட்கப்பட்ட அலகுகளின் எண்ணிக்கையும், p என்பது அலகொன்றிற்கான விலையும் ஆகும்.

(i) சந்தைச் சமனிலைப் புள்ளியினைத் தீர்மானிக்குக.

(ii) நுகர்வோர் மிகை, உற்பத்தியாளர் மிகை ஆகியவற்றைக் காண்க.

6. a) $A = \begin{pmatrix} 12 & -6 \\ -9 & 7 \end{pmatrix}$ எனின்

(i) $A^2 - 2A + 3I$ ஐ காண்க, இங்கு I என்பது 2×2 வரிசையுடைய அலகுத் தாயமாகும்.

(ii) A இன் நேர்மாற்றுத் தாயம், A^{-1} ஐ காண்க.

b) x, y எனும் இரு வெவ்வேறான பொருட்களை உற்பத்தி செய்யும் நிறுவனமொன்றின் மொத்தச் செலவு, $TC = 45x^2 + 90xy + 90y^2$ எனும் சார்பினால் தரப்படுகிறது. மொத்தச் செலவு இழிவாகும் போது உற்பத்தி ஒதுக்கீடு ஆனது $2x + 3y = 60$ ஆகும். கிராமரின் விதியைப் பயன்படுத்தி இழிவுப்புள்ளிகளைக் காண்க.